

## Comportement dynamique d'un bio-sandwich à âme auxétique

### *Dynamic behaviour of a bio-sandwich with auxetic core*

K. Essassi<sup>1,2</sup>, J.L. Rebiere<sup>1</sup>, A. El Mahi<sup>1</sup>, M.A. Ben Souf<sup>2</sup>, A. Bouguecha<sup>2</sup> et M. Haddar<sup>2</sup>

1 : Laboratoire d'acoustique de l'université du Mans  
(LAUM) UMR CNRS 6613  
Av. O. Messiaen 72085 Le Mans cedex 9, France  
e-mail : [khawlaessassi@gmail.com](mailto:khawlaessassi@gmail.com) ; [jean-luc.rebiere@Univ-lemans.fr](mailto:jean-luc.rebiere@Univ-lemans.fr)  
[abderrahim.elmahi@Univ-lemans.fr](mailto:abderrahim.elmahi@Univ-lemans.fr)

2 : Laboratoire de mécanique, Modélisation et Production  
(LA2MP) Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS)  
Université de Sfax, Route de Soukra 3038 Sfax, Tunisie  
e-mail : [bensouf.mohamedamine@gmail.com](mailto:bensouf.mohamedamine@gmail.com) ; [anas.bouguecha@gmx.de](mailto:anas.bouguecha@gmx.de)  
[Mohamed.haddar@enis.rnu.tn](mailto:Mohamed.haddar@enis.rnu.tn)

### Résumé

L'utilisation des structures architecturales a connu une forte croissance ces dernières années en raison des avantages considérables qu'elles présentent. De nombreuses études ont mis en évidence les bonnes propriétés apportées par ces matériaux. Cette étude présente la caractérisation du comportement vibratoire d'une structure éco-composite sandwich à âme auxétique. Les peaux, l'âme et le sandwich sont fabriqués par le même matériau biosourcé qui est l'acide polylactique renforcé par des fibres de lin (PFF). Le matériau est fabriqué en utilisant la technique de l'impression 3D. Des essais d'analyse modale ont été réalisés sur différents types de poutres en utilisant la configuration encastree-libre. Dans un premier temps, les propriétés d'amortissement des peaux en fonction de la fréquence ont été déterminées. Par la suite, le même type de caractérisation a été mené sur les âmes auxétiques ainsi que les poutres sandwichs. Trois différentes densités d'âmes ont été testées. Les mécanismes responsables de la réponse vibratoire des sandwichs comme le matériau de construction de base et la forme de l'âme utilisé ont été discutés et ont permis d'expliquer les propriétés amortissantes observées.

### Abstract

The use of architectural structures has grown significantly in recent years because of the considerable benefits they offer. Many studies have highlighted the good properties provided by these materials. This study presents the characterization of the vibration behavior of an eco-composite sandwich structure with auxetic core. The skins, the core and the sandwich are made from the same bio-based material, it is the polylactic acid reinforced with flax fibers (PFF). The material is made using the 3d printing technique. Experimental tests were performed on different types of beams using the clamped-free configuration. At first, the damping properties of the skins as a function of frequency were determined. Subsequently, the same type of characterization was carried out on the auxetic core as well as the sandwich composite. Three different densities of the auxetic core were tested. The mechanisms responsible for the vibration response of sandwiches such as the basic material and the shape of the core used were discussed and allowed to explain the damping properties observed.

**Mots Clés :** Comportement vibratoire, impression 3D, matériau sandwich, structure auxétique, composite biosourcé.

**Keywords :** Vibration behaviour, 3D printing, sandwich material, auxetic structure, bio-based composite.

## 1. Introduction

Nous assistons aujourd'hui l'émergence des matériaux composites biosourcés dans le domaine des industries de transport pour les nombreux avantages qu'ils offrent tel que l'allégement des structures avec des bonnes propriétés mécaniques. Ces matériaux montrent une capacité élevée à dissiper l'énergie vibratoire. Ils sont également considérés comme une bonne alternative durable aux matériaux synthétiques classiques grâce à leur disponibilité et à leur biodégradabilité. En effet, les composites renforcés par des fibres de lin permettent d'améliorer le facteur de perte de plus de 50% comparé à ceux renforcés par des fibres de verre [1].

Pour améliorer encore les performances spécifiques des matériaux composites, les structures sandwich sont largement utilisées pour différentes applications. Les propriétés mécaniques et dynamiques d'un composite sandwich dépendent de plusieurs paramètres tels que le matériau et la géométrie. Le paramètre le plus important qui affecte les propriétés du sandwich est la topologie principale de l'âme. Elle peut être constituée de la mousse, du bois ou d'une forme architecturale. Le développement des métamatériaux a augmenté ces dernières années. La conception des cellules unitaires qui créent le matériau leur confère des propriétés mécaniques spécifiques. Ces propriétés sont dérivées de leur matériau de base ainsi que de leur géométrie microstructurale [2]. Récemment, les structures auxétiques, un exemple de métamatériaux, sont devenues le centre de l'attention en raison de leurs propriétés particulières, comme le fait d'avoir un coefficient de poisson négative. Le matériau auxétique présente de nombreux avantages tels que l'amélioration de l'absorption d'énergie [3].

Les propriétés dynamiques sont également un facteur important dans les applications hautes performances. Le comportement d'amortissement des structures auxétiques a été largement étudié dans la littérature [4]. Les nids d'abeilles rentrantes sont l'une des structures auxétiques les plus connus. Les propriétés dynamiques de ces structures ont été étudiée [5]. L'analyse paramétrique montre que les propriétés dynamiques sont significativement sensibles au gradient angulaire de la structure hexagonale en nid d'abeilles.

Le présent travail a pour but d'étudier les propriétés d'amortissement d'un composite sandwich biosourcé à âme auxétique. Le matériau est fabriqué suite à la technique d'impression 3D. Les réponses dynamiques et les caractéristiques d'amortissement des peaux, de l'âme et des structures en sandwich ont été étudiées expérimentalement. L'influence des densités de l'âme sur les fréquences propres et sur le facteur de perte du composite en sandwich sont également étudiés.

## 2. Protocoles expérimentaux

### 2.1 Matériau et mise en œuvre

Les peaux, l'âme auxétique et la structure sandwich ont été fabriqués en utilisant le même matériau biosourcé. C'est un filament en PLA (acide polylactique) renforcée par des fibres de lin (PFF) fourni par NANOVIÀ avec un diamètre de 1,75 mm, développée principalement pour la méthode de fabrication additive (impression 3D). Ce matériau est biologique, biodégradable et fabriqué à partir des matériaux renouvelables. La forme de la cellule élémentaire de la structure auxétique utilisé comme âme de sandwich proposé est donnée par la figure (Fig. 1).  $l$  est la longueur initiale des parois inclinées de la cellule élémentaire et  $h$  est la longueur des parois verticales.  $\theta$  est l'angle initial entre les parois inclinées et la direction X.  $b$  et  $t$  sont les épaisseurs de la cellule élémentaire et de la paroi cellulaire, respectivement.

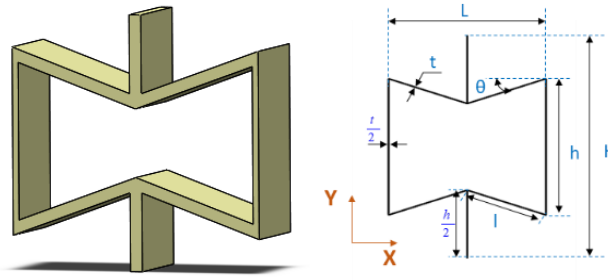


Fig. 1. Forme de la cellule élémentaire auxétique.

Des éprouvettes avec une largeur de 25 mm ont été utilisés. Cette largeur est discrétisée en un nombre entier de cellule : 2, 3 et 4 cellules. Cette discrétisation va permettre de construire un matériau avec trois différentes densités. La densité relative, qui est le rapport entre la densité de la cellule élémentaire et la densité de matériau, peut être calculée comme suit :

$$\frac{\rho}{\rho_s} = \frac{t/l(h/l + 2)}{2 \cos \theta (h/l + \sin \theta)} \quad (\text{Eq. 1})$$

Les dimensions des paramètres de la cellule élémentaire imprimée et les densités relatives de chaque configuration sont indiquées dans le tableau (Tab. 1). Les propriétés du matériau ont été mesurées à l'aide d'un essai de traction uniaxial selon la norme ASTM D638. Les valeurs obtenues sont présentées dans le tableau (Tab. 2).

Nombre de cellules en largeur	$\rho/\rho_s$ (%)	l (mm)	h (mm)	$\theta$ (degré)	t (mm)
2 cellules	16,7	6,65	8,52	-20	0,6
3 cellules	25,1	4,43	5,68	-20	0,6
4 cellules	33,5	3,32	4,26	-20	0,6

Tab. 1. Paramètres de la structure auxétique.

Matériau	E (MPa)	$\nu$	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	Fraction volumique des fibres (%)
PFF	2000	0,3	1000	<20

Tab. 2. Propriétés mécaniques du PLA/LIN.

Les éprouvettes ont été fabriqués à l'aide de la technique d'impression 3D en utilisant le MakerBot Replicator 2 Desktop. En raison du processus de fabrication couche par couche de la technique d'impression 3D, les éprouvettes imprimées sont anisotropes. Pour ce fait, l'orientation de l'impression a été prise en compte et choisie de manière à améliorer les propriétés mécaniques du matériau. Par conséquent, tous les échantillons sont imprimés dans le même sens.

## 2.2 Essais vibratoires

Les caractéristiques dynamiques des peaux composites, des âmes auxétiques et des sandwichs ont été obtenues par des essais d'analyse modale en configuration encastree-libre. Différentes longueurs ont été testées variant entre 170, 200 et 230 mm avec une largeur de 25 mm. Afin de ne pas endommager l'âme lors du serrage, un bloc de longueur 40 mm est imprimé avec les éprouvettes au niveau de l'extrémité encastree. Un marteau d'impact est utilisé pour produire l'excitation à proximité de l'encastrement. La réponse de la structure est mesurée près de l'extrémité libre à l'aide d'un vibromètre laser. L'ensemble du dispositif est présenté dans la figure (Fig. 2).

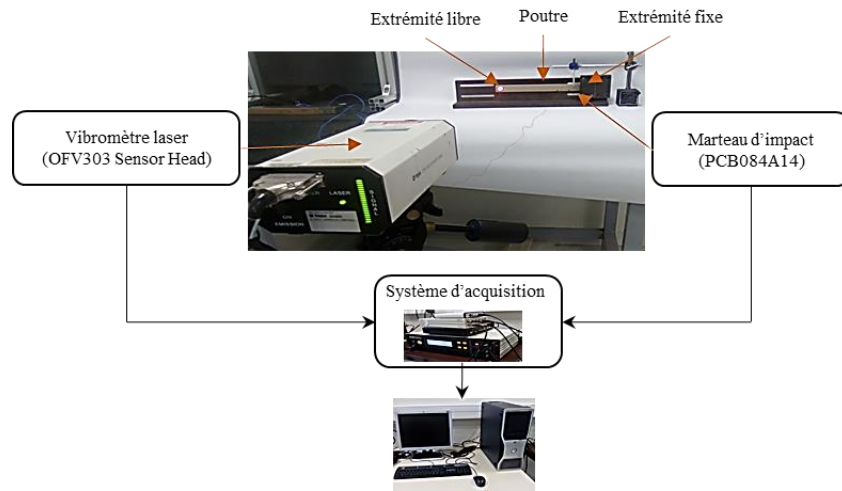


Fig. 2. Dispositif expérimental.

Une analyse de réponse en fréquence (FRF) est ensuite réalisée pour obtenir les fréquences propres. Les amortissements modaux sont calculés à l'aide de la méthode Half Power Bandwidth (HPB) utilisée par [6-8]. Le facteur d'amortissement est défini comme le rapport de la différence entre les fréquences de la bande passante ( $\Delta f_i$ ), auxquelles la résonance d'amplitude décroît de -3 dB, divisée par la fréquence de résonance ( $f_i$ ) (Fig. 3):

$$\eta_i = \frac{\Delta f_i}{f_i} = \frac{f_2 - f_1}{f_i} \quad (\text{Eq. 2})$$

Le module d'Young  $E$  des peaux composites pour chaque mode de flexion a été calculé comme suit:

$$E = \frac{12\rho l^4 f_n^2}{e^2 C_n^2} \quad (\text{Eq. 3})$$

avec  $\rho$  la densité du matériau PFF,  $l$  la longueur libre de l'éprouvette,  $f_n$  la fréquence de résonance du  $n^{\text{ième}}$  mode de flexion,  $e$  l'épaisseur de l'éprouvette et  $C_n$  un coefficient pour le  $n^{\text{ième}}$  mode, avec  $C_1 = 0,55959$ ,  $C_2 = 3,5069$ ,  $C_3 = 9,8194$  et  $C_n = (n / 0,5) (n-0,5)^2$  pour  $n > 3$  [9].

De plus, la rigidité équivalente des poutres sandwichs pour chaque mode de flexion peut être calculée comme suit [10]:

$$(EI)_{eq} = \left(\frac{m}{L}\right) (2\pi f_n)^2 \left(\frac{l^2}{(\beta_n l)^2}\right)^2 \quad (\text{Eq. 4})$$

avec  $m$  la masse du sandwich,  $L$  la longueur totale du sandwich,  $f_n$  la fréquence de résonance du  $n^{\text{ième}}$  mode de flexion,  $l$  la longueur libre de la poutre sandwich et  $\beta_n l$  un coefficient pour le  $n^{\text{ième}}$  mode de flexion:  $\beta_{1l} = 1.8751$ ,  $\beta_{2l} = 4.6940$ ,  $\beta_{3l} = 7.8547$ ,  $\beta_{4l} = 10.9955$ ,  $\beta_{5l} = 14.1371$  and  $\beta_{nl} = (\pi/2) (2n-1)$  for  $n > 5$  [11].

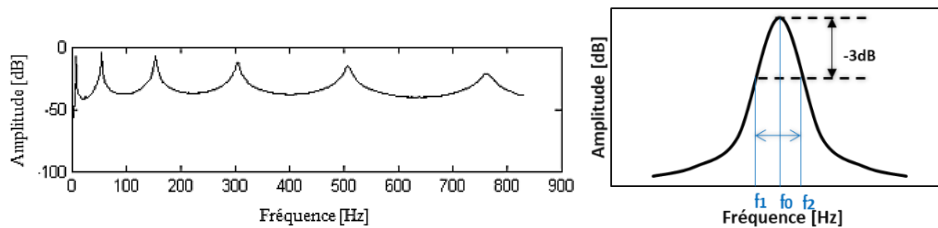


Fig. 3. Illustration de la méthode de la bande passante à -3dB.

### 3. Résultats et discussion

#### 3.1 Comportement vibratoire des peaux

Les peaux sont imprimées en utilisant le matériau biosourcé PFF. L'épaisseur, la largeur et la longueur des poutres sont respectivement de 2, 25 et 230 mm. Le comportement dynamique des peaux est étudié. L'évolution du facteur de perte en fonction de la fréquence est présentée dans la Fig. 4 (a). Les résultats montrent que le facteur d'amortissement augmente en fonction de la fréquence. En fait, l'augmentation moyenne est d'environ 50%. Le facteur de perte est initialement faible (1,4%) puis il augmente progressivement dans la plage des fréquences de 0 Hz à 2000 Hz. Au-dessus de ce point, le facteur de perte augmente encore lentement pour atteindre une valeur quasi asymptotique de près de 2,8%. De même, l'évolution du module d'Young en fonction de la fréquence a été examinée et présentée dans la Fig. 4 (b). La rigidité augmente légèrement avec la fréquence (l'augmentation moyenne est d'environ 13%). En effet, la rigidité mesurée à basse fréquence correspond au module d'Young quasi-statique présenté dans Tab. 2.

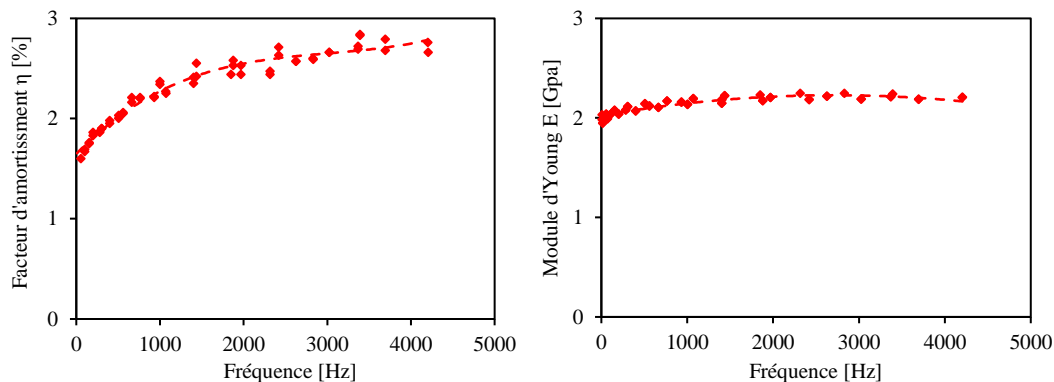


Fig. 4. Evolution des propriétés dynamiques en fonction de la fréquence des peaux : a) facteur d'amortissement et b) module de Young : courbe expérimentale et ajustée.

#### 3.2 Effet des peaux sur la vibration des structures auxétiques

Fig. 5 présente l'influence des peaux sur le comportement vibratoire de l'âme auxétique. La densité relative choisie de l'âme auxétique est 33,5%. Les résultats montrent que les propriétés d'amortissement du sandwich sont supérieures d'environ 2% à celles des peaux et d'environ 5% à celle de la structure auxétique à 3000 Hz. On peut donc conclure que l'ajout de l'âme auxétique entraîne une augmentation des propriétés d'amortissement des peaux rigides. En effet, l'âme est légère, donc elle diminue la rigidité des peaux, ce qui entraîne une augmentation des propriétés d'amortissement de ces derniers. De plus, en examinant la réponse de toute la structure sandwich, on remarque que la déformation par cisaillement de l'âme auxétique lors de la vibration de la structure augmente la dissipation d'énergie, ce qui améliore les propriétés dynamiques du sandwich.

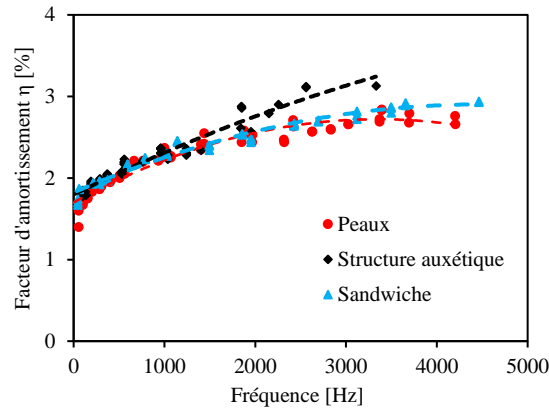


Fig. 5. Evolution du facteur de perte en fonction de la fréquence des peaux, de l'âme auxétique et du sandwich : courbe expérimentale et ajustée.

### 3.3 Effet de la densité de l'âme

Fig. 6(a) représente la variation du facteur de perte en fonction des fréquences des poutres sandwichs avec différentes densités d'âmes. Les résultats montrent que l'amortissement des poutres sandwichs n'est pas extrêmement dépendant de la densité de l'âme auxétique. Le facteur de perte du sandwich augmente en fonction de la fréquence pour les différentes densités d'âme. Cependant, leur rigidité équivalente dépend en grande partie de la densité de l'âme, comme illustré dans la Fig. 6 (b). En effet, la rigidité équivalente de la structure sandwich augmente en fonction de la densité de l'âme utilisée. Cela peut être expliqué par le fait que l'augmentation de la densité entraîne une augmentation de la quantité de matière imprimée dans le matériau d'où l'augmentation de la rigidité des poutres. Cette dernière montre un comportement décroissant en fonction de la fréquence. Elle diminue dans la plage de fréquences de 0 à 4000 Hz d'environ 25%. Plusieurs explications peuvent être proposées pour comprendre le comportement en amortissement et en rigidité équivalente des poutres sandwich proposées. Une partie de l'énergie de vibration est dissipée à travers le matériau utilisé ainsi que la géométrie de la structure auxétique. Le renfort utilisé possède des propriétés viscoélastiques. Les fibres de lin sont constituées de différents polymères naturels à comportement viscoélastique. Aussi, la géométrie de la cellule unitaire et sa porosité ainsi que sa périodicité contribuent également à la dissipation d'énergie. En effet, la diminution de la densité d'âme auxétique entraîne une augmentation de l'espace vide dans les matériaux et augmente ainsi sa flexibilité. Tous les mécanismes de dissipation énumérés, matériaux et géométrie d'âme, contribuent à la réponse dynamique du composite sandwich.

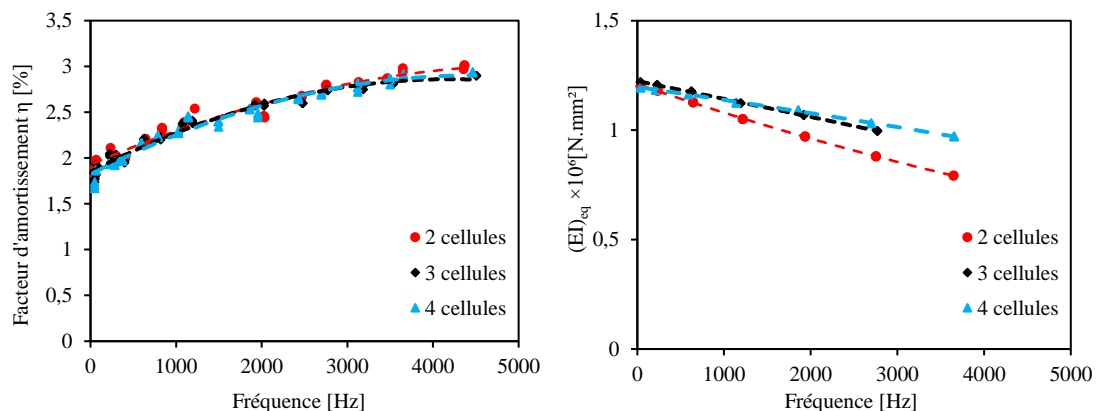


Fig. 6. Evolution des propriétés dynamiques en fonction de la fréquence des composites sandwichs : a) facteur de perte et b) rigidité équivalente : courbe expérimentale et ajustée.

#### 4. Conclusion

Cette étude a démontré la faisabilité d'une structure sandwich biosourcé dont les peaux et l'âme sont constituées du même matériau, qui est l'acide polylactique renforcé par des fibres de lin. La structure est fabriquée à l'aide de la technique d'impression 3D. L'âme est de forme auxétique. Différentes densités relatives d'âmes ont été étudiées expérimentalement. Des essais de vibration en configuration encastrée libre ont été effectués pour déterminer les facteurs de perte en utilisant la méthode Half Power Bandwidth (HPB). De plus, les propriétés d'amortissement des peaux ainsi que les différentes configurations d'âmes ont été étudiées.

Le coefficient d'amortissement des peaux, de la structure auxétique et du sandwich a d'abord été comparé. Les résultats montrent que l'ajout de l'âme auxétique entre les deux peaux rigides améliore les propriétés amortissantes du matériau. Ensuite, les structures sandwich ont été testées. L'analyse a été appliquée à trois densités d'âmes. Les différentes configurations étudiées dans ce travail permettent de conclure que les composites sandwichs à faible densité améliorent le coefficient d'amortissement et donc l'absorption d'énergie.

#### Références

- [1] S. Prabhakaran, V. Krishnaraj, M. Senthilkumar, R. Zitoune « Sound and Vibration Damping Properties of Flax Fiber Reinforced Composites », *Procedia Engineering* Vol. 97, pp. 573–581, 2014.
- [2] X. Yu, J. Zhou, H. Liang, Z. Jiang, L. Wu « Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review », *Progress in Materials Science* Vol. 94, pp. 114-173, 2018.
- [3] S. Mohsenizadeh, R. Alipour, M. Shokri Rad, A. Farokhi Nejad, Z. Ahmad « Crashworthiness assessment of auxetic foam-filled tube under quasi-static axial loading », *Materials & Design* Vol. 88, pp. 258–268, 2015.
- [4] M. Bianchi, F. Scarpa « Vibration transmissibility and damping behaviour for auxetic and conventional foams under linear and nonlinear regimes », *Smart Materials and Structures* Vol. 22 n° 8, 084010, 2013.
- [5] L. Boldrin, S. Hummel, F. Scarpa, D. Di Maio, C. Lira, M. Ruzzene, C.D.L. Remillat, T.C. Lim, R. Rajasekaran, S. Patsias « Dynamic behaviour of auxetic gradient composite hexagonal honeycombs », *Composite Structures* Vol. 149, pp. 114–124, 2016.
- [6] A. El Mahi, M. Assarar, Y. Sefrani, J.M. Berthelot « Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates », *Composites Part B: Engineering* Vol. 39 n° (7-8), pp. 1069–1076, 2008.
- [7] H. Daoud, J.L. Rebiere, A. Makni, M. Taktak, A. El Mahi, M. Haddar « Numerical and Experimental Characterization of the Dynamic Properties of Flax Fiber Reinforced Composites », *International Journal of Applied Mechanics* Vol. 08, n° 05, 1650068, 2016.
- [8] H. Daoud, A. El Mahi, J.L. Rebiere, M. Charfeddin, M. Taktak, M. Haddar « Experimental analysis of the linear and nonlinear vibration behavior of flax fibre reinforced composites with an interleaved natural viscoelastic layer », *Composites Part B: Engineering* Vol. 151, pp. 201–214, 2018.
- [9] “ASTM E 756-98; Standard Test Method for Measuring Vibration Damping Properties of Materials.”
- [10] E. Lamanna, N. Gupta, P. Gappa, O.M. Strbik, K. Cho « Evaluation of the dynamic properties of an aluminum syntactic foam core sandwich », *Journal of Alloys and Compounds* Vol. 695, pp. 2987–2994, 2017.
- [11] D. Young, R.P. Feglar « Tables of Characteristic Functions Representing Normal Modes of Vibration of a Beam », 1949.