

# **CORRÉLATION EXPÉRIMENTAL/NUMÉRIQUE SUR LA DÉTERMINATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE HORS PLAN DE COMPOSITES À FIBRES DE CARBONE CONTINUES POUR LE NAUTISME DE COMPÉTITION**

## *Experimental/numerical correlation on the determination of the out-of-plane behaviour of continuous fibre composites for competitive sailing*

**Monia Grabow<sup>1</sup>, Vincent Keryvin<sup>1</sup>, Christophe Baley<sup>1</sup>, Jean-Claude Grandidier<sup>2</sup>,  
Odran Fagherazzi<sup>1</sup> et Adrien Marchandise<sup>1</sup>**

1 : Institut de Recherche Dupuy de Lôme  
Univ. Bretagne Sud, UMR CNRS 6027  
F-56100 Lorient, France

e-mail : monia.grabow@univ-ubs.fr, vincent.keryvin@univ-ubs.fr, christophe.baley@univ-ubs.fr, odran.fagherazzi@univ-ubs.fr et adrien.marchandise@univ-ubs.fr

2 : Institut Pprime  
ENSMA - Université de Poitiers, UPR CNRS 3346  
F-86961 Futuroscope Cedex, France  
e-mail : jean-claude.grandidier@ensma.fr

### **Résumé**

Cet article concerne la corrélation de la partie expérimentale et numérique d'un essai de flexion quatre points (F4P) sur cornière composée de fibres de carbone continues unidirectionnelles représentant une géométrie simplifiée du coude de l'hydrofoil. L'objectif est de maîtriser le choix des matériaux dans le coude puisque l'apparition d'une contrainte hors plan transverse trop élevée risque de délaminer le composite. Commencant à l'échelle cornière, l'étude présentée contient une approche complète d'un essai de F4P sur cornière. Ce dernier a été instrumenté avec des capteurs de déplacement et d'émission acoustique, des jauges de déformation et d'un système de stéréo-corrélation d'images numériques. En appliquant la formule analytique de Lekhnitskii [1], la contrainte hors plan est déterminée en fonction du chargement. Le modèle numérique éléments finis valide le résultat analytique permettant par la suite d'entreprendre les étapes suivantes de l'étude : la corrélation expérimental/numérique sur la semi-structure, puis sur l'hydrofoil.

### **Abstract**

This article concerns the correlation of the experimental and numerical part of a four-points bending test on a L-shape specimen composed of unidirectional continuous carbon fibres representing a simplified geometry of a hydrofoil elbow. The objective is to control the choice of materials in the elbow since the appearance of a too high out-of-plane stress may delaminate the composite. Starting at the L-shape scale, this article contains a complete approach to a four point bending test on L-shape specimens. The latter has been instrumented with displacement and acoustic emission sensors, strain gauges and digital image correlation. By applying Lekhnitskii's [1] analytical formula, the out-of-plane stress is determined according to the load. The finite element model validates the analytical result and allows to undertake the following steps of the study : the experimental/numerical correlation of the semi-structure and of the hydrofoil.

**Mots Clés :** foil, cornière, résistance hors plan, délaminage, corrélation expérimental/numérique

**Keywords :** foil, L-beam, out-of-plane strength, delamination, experimental/numerical correlation

## **1. Introduction**

De façon prononcée depuis 2012, les voiliers de compétition sont munis d'hydrofoils, des ailes sous-marines en matériau composite stratifié (fibre de carbone, matrice époxy). Ces derniers sont fixés sous les coques, permettant par effet de portance de sustenter les voiliers au-dessus de l'eau et d'atteindre une vitesse plus importante lors d'une compétition en mer. Le contexte de cette étude est de maîtriser le choix des matériaux dans le coude du foil. En effet, lors d'une inversion de portance

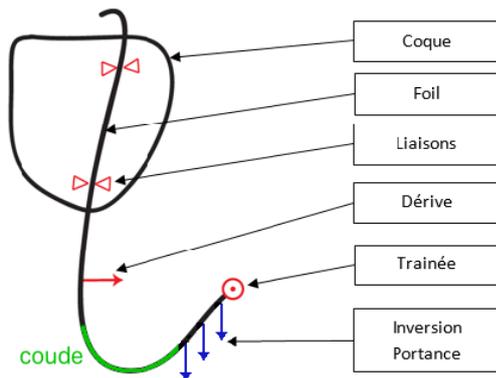


Fig. 1.: Foil représenté schématiquement et les efforts apparaissant lors d'une utilisation en mer et d'une inversion de portance (cas critique)



Fig. 2.: Absolute Dreamer "Easy To Fly" : 8 mètres Flying Cat ©Y.Zedda/AbsoluteDreamer

(Fig. 1), le coude de l'hydrofoil est soumis à une sollicitation générant une contrainte de traction hors plan. Si cette dernière est trop élevée, elle peut induire une rupture du foil par délaminage. La tenue mécanique hors plan est donc une faiblesse principale de cette innovation technologique.

Afin d'aborder cette problématique, des essais de flexion quatre points (F4P) sur cornière, inspirés de ceux de Charrier [2, 3] suivant la norme [4], ont été entrepris dans un premier temps, avant de passer dans le futur à des dimensions plus grandes, la semi-structure (le coude) et le vrai foil. Pour les essais de F4P sur cornière, un empilement à plis unidirectionnels a été choisi. La résistance hors plan a été calculée par la méthode des éléments finis (FEM) et par des solutions analytiques (résistance des matériaux (RDM) et méthode de Lekhnitskii [1]). Ces premiers résultats permettent de se projeter sur l'étude des semi-structures et de l'hydrofoil lui-même.

## 2. Étude expérimentale

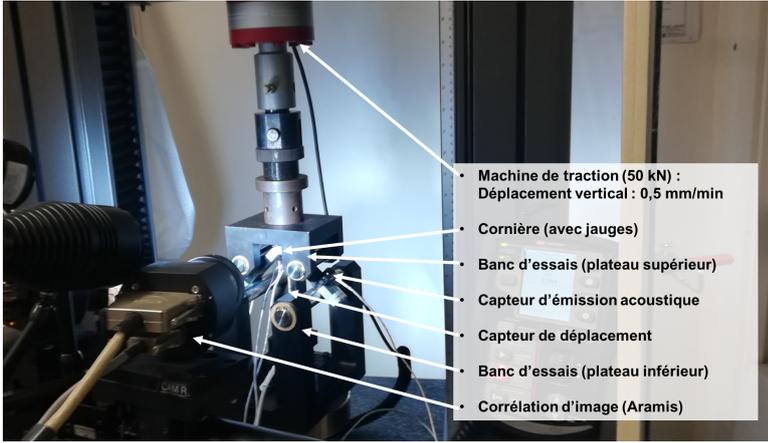
L'essai de F4P sur cornière a été effectué à l'Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRDL) à Lorient. Les cornières, ayant été drapées manuellement, étaient composées de plis unidirectionnels ( $\sim 35\%$  masse résine) avec de fibres de carbone de module intermédiaire (IM) et d'une résine époxy à basse  $T_g$  ( $\sim 120^\circ\text{C}$ ). Après dépôt de plis pré-imprégnés, une cuisson autoclave à 3 bars de pression a permis de réticuler la matrice. La (Fig. 3) présente le montage de l'essai de F4P sur cornière. La machine de traction, une Instron 8803, a été équipée d'une cellule de force de 50 kN dont la vitesse de déplacement verticale a été réglée à  $0.5 \frac{\text{mm}}{\text{min}}$ . L'instrumentation comprenait un capteur de déplacement (LVDT), des capteurs d'émissions acoustiques, deux jauges de déformation mono-axe, une de 2 mm collée dans l'épaisseur au centre et une deuxième de 10 mm posée au centre du rayon extérieur de la cornière (voir marquages oranges en Fig. 4), ainsi qu'un système de stéréo-corrélation d'images numériques (Aramis, GOMD). L'essai était stoppé après l'apparition d'une chute de force.

## 3. Méthodes d'analyse

### 3.1. Méthode analytique

La contrainte hors plan a été calculée en deux étapes d'après les formules analytiques définies dans la norme [4].

Tout d'abord, il a fallu calculer le CBS (*Curved Beam Strength*) par une approche de calcul de résistance



- Machine de traction (50 kN) : Déplacement vertical : 0,5 mm/min
- Cornière (avec jauges)
- Banc d'essais (plateau supérieur)
- Capteur d'émission acoustique
- Capteur de déplacement
- Banc d'essais (plateau inférieur)
- Corrélation d'image (Aramis)

Fig. 3.: Montage de l'essai de F4P sur cornière

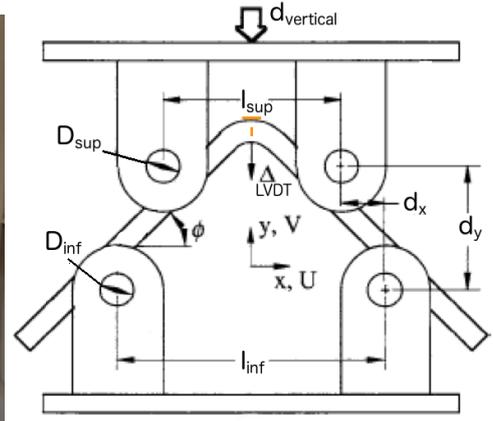


Fig. 4.: Cornière en F4P selon la norme [4]

des matériaux (RDM)

$$CBS = \left( \frac{P}{2w \cos(\phi)} \right) \left( \frac{d_x}{\cos(\phi)} + (D + t) \tan(\phi) \right) \quad (\text{Eq. 1})$$

avec

$$\phi = \sin^{-1} \left( \frac{-d_x(D + t) + d_y \sqrt{d_x^2 + d_y^2 - D^2 - 2Dt - t^2}}{d_x^2 + d_y^2} \right) \quad (\text{Eq. 2})$$

et

$$d_y = d_x \tan(\phi_i) + \frac{D + t}{\cos(\phi_i)} - \delta_v^R \quad (\text{Eq. 3})$$

ainsi que

$$D = \frac{D_{inf} + D_{sup}}{2}, \quad (\text{Eq. 4})$$

où  $P$  est la force à rupture,  $w$  la largeur de la cornière,  $\phi$  et  $\phi_i$  sont respectivement l'angle à rupture et l'angle initial entre le bras et l'horizontal,  $d_x$  et  $d_y$  sont les distances entre les centres des rouleaux des palonniers inférieurs et supérieurs,  $D_{inf}$  et  $D_{sup}$  les diamètres des rouleaux inférieurs et supérieurs,  $t$  l'épaisseur de la cornière et  $\delta_v^R$  le déplacement vertical à rupture mesuré par le LVDT (Fig. 4).

Ensuite, la résistance hors plan  $\sigma_{33}^R$  (*Interlaminar Tensile Strength ILTS*) a été calculée au moyen de l'équation développée par Lekhnitskii [1] à partir d'une analyse en élasticité plane

$$\sigma_{33}^R = -\frac{CBS}{r_o^2 g} \left[ 1 - \frac{1 - \rho^{\kappa+1}}{1 - \rho^{2\kappa}} \left( \frac{r_m}{r_o} \right)^{\kappa-1} - \frac{1 - \rho^{\kappa-1}}{1 - \rho^{2\kappa}} \rho^{\kappa+1} \left( \frac{r_o}{r_m} \right)^{\kappa+1} \right] \quad (\text{Eq. 5})$$

avec

$$g = \frac{1 - \rho^2}{2} - \frac{\kappa}{\kappa + 1} \frac{(1 - \rho^{\kappa+1})^2}{1 - \rho^{2\kappa}} + \frac{\kappa \rho^2}{\kappa - 1} \frac{(1 - \rho^{\kappa-1})^2}{1 - \rho^{2\kappa}} \quad (\text{Eq. 6})$$

et

$$\kappa = \sqrt{\frac{E_\theta}{E_r}}, \quad \rho = \frac{r_i}{r_o}, \quad r_m = \left[ \frac{(1 - \rho^{\kappa-1})(\kappa + 1)(\rho r_o)^{\kappa+1}}{(1 - \rho^{\kappa+1})(\kappa - 1)r_o^{-(\kappa-1)}} \right]^{\frac{1}{2\kappa}} \quad (\text{Eq. 7})$$

où  $r_o$  et  $r_i$  sont les rayons intérieur et extérieur de la partie courbée de la cornière,  $r_m$  la position radiale de la contrainte hors plan maximale et  $E_r$ ,  $E_\theta$  sont les modules radial et tangent de la cornière.

$\sigma_{33}^R$  a été aussi calculée par la méthode simplifiée (RDM) dans la cas où le ratio  $\frac{E_\theta}{E_r}$  est inférieur à 20

$$\sigma_{33}^R = \frac{3 CBS}{2t\sqrt{r_i r_o}}. \quad (\text{Eq. 8})$$

### 3.2. Méthode numérique

Pour déterminer les champs de contraintes et de déformations dans le rayon de la cornière, une simulation par éléments finis a été réalisée avec le code de calcul Abaqus. Le modèle a été construit via l'exécution d'un script python. De cette façon, les propriétés principales de celui-ci pouvaient être fixées librement : géométrie et maillage de la cornière, propriétés et orientations matériaux, rayons des rouleaux, distance entre les rouleaux inférieurs (idem pour ceux supérieurs). Les plis unidirectionnels, 35 au total, étaient supposés isotropes transverses avec un comportement linéaire élastique. Un élément volumique linéaire (C3D8) a été défini par épaisseur de plis. Les dimensions de la cornière testée ainsi que les propriétés matériaux de celle-ci sont résumées en (Tab. 1) et (Tab. 2). Les appuis inférieurs et supérieurs ont été supposés rigides avec des diamètres  $D_{inf} = 22$  mm et  $D_{sup} = 18$  mm et des entraxes  $l_{inf} = 91.26$  mm et  $l_{sup} = 82.38$  mm (Fig. 4). Le contact entre rouleaux et échantillon était sans frottements.

largeur $w$	épaisseur $t$	longueur $L$	rayon intérieur $r_i$
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
24.8	10.77	115	6.34

Tab. 1.: Dimensions géométriques de la cornière testée

$E1$	$E2$	$E3$	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$G_{12}$	$G_{23}$
[MPa]	[MPa]	[MPa]			[MPa]	[MPa]
160000	8000	8000	0.3	0.3	4000	3077

Tab. 2.: Propriétés d'élasticité des matériaux de la cornière testée

## 4. Résultats

La (Fig. 5) présente le faciès de rupture observé expérimentalement à un tiers de l'épaisseur de la cornière ce qui correspond à l'estimation de Lekhnitskii [1]. La courbe violette en (Fig. 6) représente l'évolution de la force en fonction du déplacement expérimentalement mesurés. La courbe se comporte de façon quasi linéaire jusqu'à un déplacement vertical de 1.6 mm avant que la raideur de cette dernière augmente légèrement au fur et à mesure de la charge jusqu'au premier délaminage apparaissant à une force de rupture de 5595 N et à un déplacement vertical de 2.07 mm mesuré par le capteur de déplacement. Aucun événement jusqu'au premier endommagement n'a été enregistré par les capteurs d'émission acoustique. La (Fig. 7) présente la déformation locale (calculée à partir des champs de déplacement mesurés par la stéréo-corrélation d'image) suivant l'épaisseur (direction  $y$ ) de la cornière juste avant rupture, et la (Fig. 8) montre celle-ci juste après rupture. Pour chaque figure, un tracé de l'évolution de la déformation hors plan le long de l'épaisseur de la cornière est extrait. Au premier endommagement, la déformation atteint son maximum à  $\approx 3.7$  mm mesuré à partir du rayon intérieur ( $\approx 7.1$  mm du rayon extérieur). Ce résultat est donc en accord avec l'emplacement de la première fissure observé expérimentalement en (Fig. 5). La jauge dans l'épaisseur montre une déformation de 0.51 % juste avant le premier endommagement. Cette valeur est légèrement inférieure à la valeur enregistrée par la stéréo-corrélation d'image (Fig. 7 : *Section length* à 5.35 mm donne une déformation de 0.6 %). Cette différence peut être expliquée par le fait que la stéréo-corrélation d'image mesure une

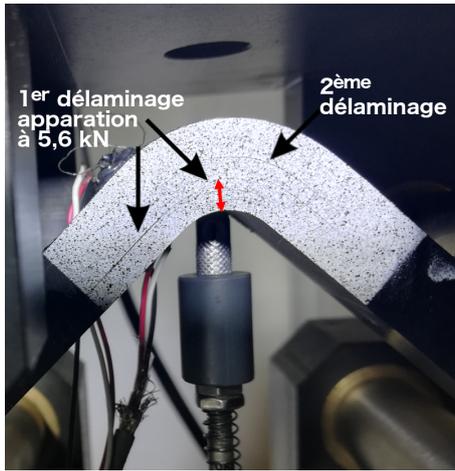


Fig. 5.: Fissure observée au premier délaminage à 3.6 mm du rayon intérieur

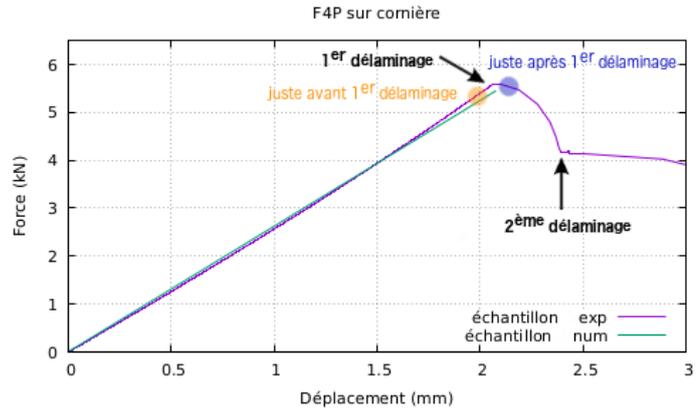


Fig. 6.: Diagramme force/déplacement de la cornière sollicitée en F4P

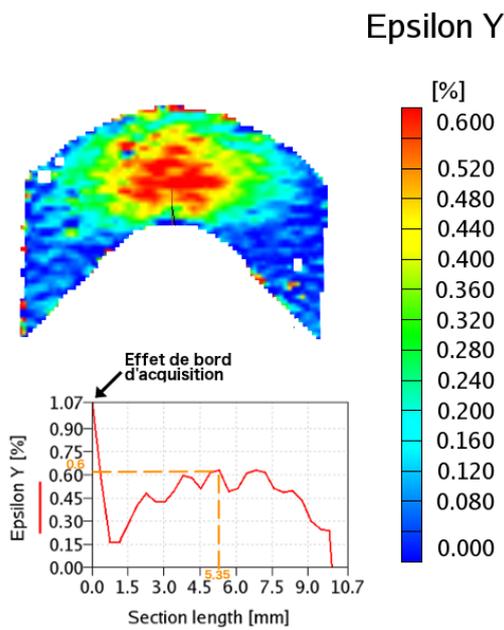


Fig. 7.: Déformation locale juste avant premier délaminage (Y désigne l'axe vertical)

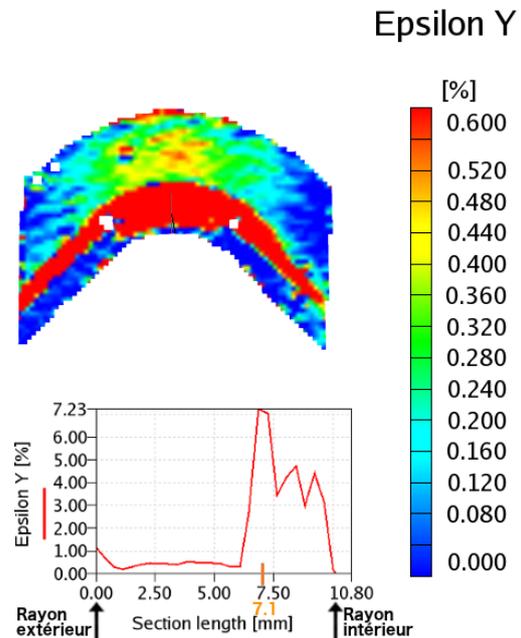


Fig. 8.: Déformation locale au premier endommagement se situant à un tiers de l'épaisseur (Y désigne l'axe vertical)

déformation locale alors que la jauge mesure une déformation sur toute sa longueur (ici 2 mm). De manière générale pour les prochains essais, une jauge sera collée à proximité de la position suspectée de la première fissure pour obtenir plus d'informations sur la déformation dans la zone d'intérêt.

La contrainte hors plan  $\sigma_{33}^R$  a été calculée via les équations analytiques (Eq. 5) (solution avancée) et (Eq. 8) (solution simplifiée). En rentrant la force à rupture (5595 N) et le déplacement vertical à rupture (2.07 mm) expérimentalement mesurés, les solutions avancées et simplifiées donnaient respectivement une contrainte hors plan à rupture de 64.7 MPa et 70.3 MPa.

Ces résultats ont été suffisamment confirmés par le modèle numérique. En rentrant le déplacement vertical à rupture expérimentalement mesurée (pilotage en déplacement), des valeurs numériques de 73.4 MPa pour la contrainte hors plan et de 5452 N pour la force à rupture ont été calculées. L'évolution de la force en fonction du déplacement (LVDT) est représentée en (Fig. 6) en vert. Le modèle numérique

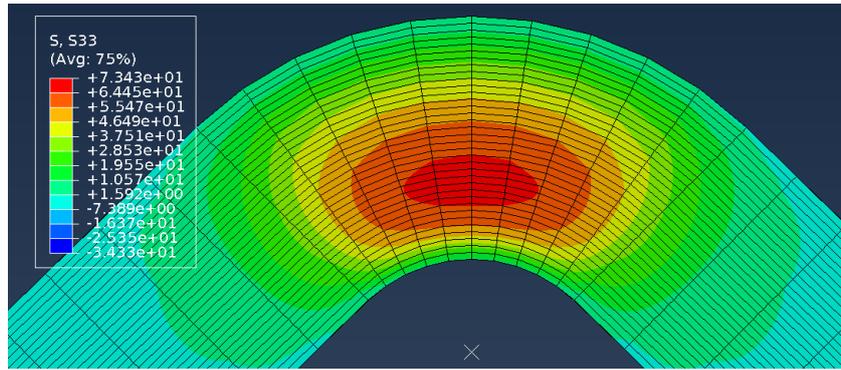


Fig. 9.: Iso-valeurs de la contrainte hors plan sur une face de la cornière. La contrainte hors plan maximale S33 se trouve à un tiers de l'épaisseur

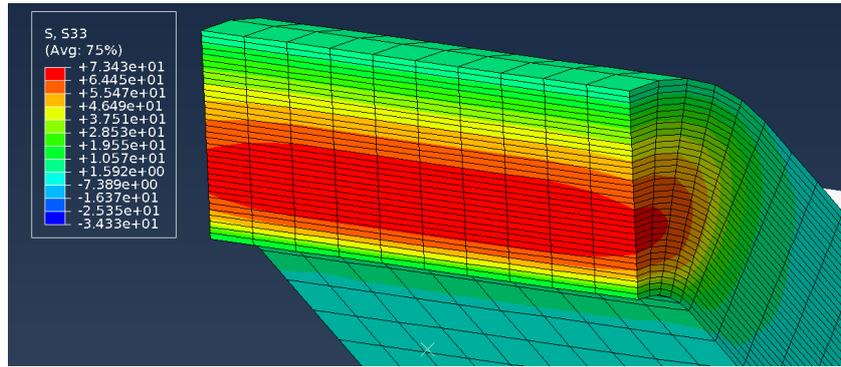


Fig. 10.: Iso-valeurs de la contrainte hors plan à l'intérieur de la cornière. La contrainte hors plan S33 est répartie de manière homogène sur l'épaisseur

est en adéquation avec la courbe expérimentale avant que cette dernière ne dévie légèrement de la courbe numérique. Enfin, les (Fig. 9) et (Fig. 10) présentent la contrainte hors plan  $\sigma_{33}^R$  (S33) ainsi que sa répartition dans l'épaisseur et dans la largeur de la cornière. La (Tab. 3) résume les résultats où  $P$  et  $d_v^R$  représentent la force et le déplacement vertical à rupture.

	expérimentalement mesuré	analytiquement calculé (Lekhnitskii)	analytiquement calculé (simplifiée)	numériquement simulé
$d_v^R$ [mm]	2.07			2.07 (donnée)
$P$ [N]	5595 (2.6 %)			5452
$\sigma_{33}^R$ [MPa]		64,7 (13.1 %)	70.3 (4.4 %)	73.4

Tab. 3.: Résumé des résultats de l'essai F4P sur cornière. Les valeurs entre parenthèses montrent l'écart en % par rapport à la valeur numérique.

## 5. Conclusion et perspectives

Dans l'étude présentée, la corrélation entre l'expérience et la simulation numérique d'un essai de flexion quatre points sur cornière a été faite. Pour cela, une cornière composée de fibres de carbone unidirectionnelles de module intermédiaire et d'une résine epoxy à basse  $T_g$  a été testée suivant la norme [4]. Pour réaliser cet essai, des capteurs de déplacement et d'émission acoustique, des jauges de déformation et un système de stéréo-corrélation d'images numériques ont été mis en place. En utilisant

la solution analytique de Lekhnitskii [1] (Eq. 5) et la solution simplifiée (résistances des matériaux, Eq. 8) la résistance au délaminage hors plan a pu être calculée et vérifiée par le résultat du modèle numérique (Tab. 3). L'évolution numérique de la force en fonction du déplacement était sensiblement identique à l'expérimental (Fig. 6). Grâce à cette conformité, les essais de F4P sur semi-structure peuvent être entrepris par la suite. Il s'agit d'une géométrie dont la dimension est similaire au coude du vrai foil. Le changement de dimension va demander une préparation d'essai plus importante (conception du banc d'essai, calcul des contraintes limites etc.), une instrumentation encore plus vaste (plusieurs jauges, capteurs d'émission acoustique, LVDTs etc.) ainsi que la conception d'un modèle numérique permettant de prévoir le déroulement de l'essai F4P sur semi-structure.

## Références

- [1] S. G. Lekhnitskii, *Anisotropic plates*, Gordon & Breach; Reprint edition (January 1, 1968), ISBN 978-0677206707, 1968.
- [2] J.-S. Charrier « Développement de méthodologies dédiées à l'analyse robuste de la tenue de structures composites sous chargements complexes tridimensionnels », Ph.D. thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013.
- [3] J.-S. Charrier, F. Laurin, N. Carrere, S. Mahdi « Determination of the out-of-plane tensile strength using four-point bending tests on laminated L-angle specimens with different stacking sequences and total thicknesses », *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* Vol. 81, pp. 243–253, 2016, ISSN 1359-835X.
- [4] ASTM D6415 / D6415M-06a(2013) « Standard Test Method for Measuring the Curved Beam Strength of a Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite », *ASTM International, West Conshohocken, PA* .