

Prise en compte des incertitudes et du coût de modélisation dans les choix de modélisation de structures multi-échelle.

Uncertainty and modelling cost based methodology for modelling choices dedicated to multi-scale structures

Ernesto Cristino Rodriguez Pila¹, Claire Guillebaud¹ et Hervé Wargnier¹

¹ : Université de Bordeaux, CNRS, Arts et Métiers, Bordeaux INP, I2M Bordeaux,
15 rue Naudet, 33175 Gradignan,
e-mail : ernesto.rodriquez-pila@u-bordeaux.fr; claire.guillebaud@u-bordeaux.fr; hervé.wargnier@u-bordeaux.fr

Résumé

La conception des structures multi-échelle s'appuie sur des campagnes expérimentales importantes et des modélisations prédictives complexes intégrant des connaissances sur des paramètres d'intérêt à l'échelle de la structure. L'intégration de connaissances diminue l'incertitude sur les paramètres d'intérêt à l'échelle de la structure et impacte de façon significative le coût de modélisation des structures multi-échelle. Ce travail propose le développement d'une méthodologie d'aide à la conception délivrant des associations de modèles prédictifs et expérimentaux présentant divers compromis entre le coût de modélisation et la précision sur les paramètres d'intérêt. Le travail s'est appuyé sur une représentation pyramidale des modélisations expérimentales et prédictives et sur la prise en compte des incertitudes épistémique et aléatoire liées aux matériaux, aux modèles ainsi qu'aux tolérances géométriques. Une méthode adaptative d'estimation du coût de modélisation, basée sur la logique floue, a été proposée. Le problème multi objectif visant à minimiser les incertitudes sur les paramètres d'intérêt à l'échelle de la structure et le coût de modélisation a été résolu au moyen d'un algorithme « NSGA-II » permettant l'identification de chemins optimisés robustes. Les travaux ont été appliqués au cas d'un réservoir composite épais destiné au stockage d'hydrogène.

Abstract

The design of multi-scale structures relies on numerous experimental modelling combined to complex predictive modelling providing knowledge about relevant parameters at the structure scale. The addition of knowledge leads to a decrease of the uncertainty on the characterization of relevant parameters at the structure scale and affects significantly the cost of modelling. The present work proposes the development of a design support methodology allowing the choice between several predictive and experimental models combinations with different compromise between the cost of modelling and the accuracy of the modelling. The work was based on a pyramidal presentation of experimental and predictive modelling and consider random and epistemic uncertainties related to materials, models and geometrical tolerances. An adaptive method based on fuzzy logics was proposed for the assessment of the cost of modelling. The choice of relevant modelling required the solving of a multi objective problem defined to minimize the uncertainties on the relevant parameters at the scale of the structure and on the cost of modelling. The genetic algorithm « NSGA-II » was used to identify robust optimised modelling paths. This methodology was applied to a thick composite vessel dedicated to hydrogen storage.

Mots Clés : Modélisation multi-échelle, incertitude, optimisation, conception robuste, pyramide des essais

Keywords : Multiscale modelling, uncertainty, optimization, robust design, pyramid of tests.

1. Introduction

Lors de la phase de conception préliminaire ou dans le cadre d'une reconception de produits, de nombreux concepts de dimensionnement, de choix de matériaux ou de processus de fabrication sont envisagés. Les choix effectués sont guidés par la qualité des modélisations du comportement des systèmes étudiés. L'amélioration de la prédiction du comportement de ces systèmes est gouvernée par l'intégration de connaissances dans les modèles prédictifs. Cette intégration est réalisée, à différentes échelles de la structure, au moyen de nombreuses campagnes expérimentales. La réalisation d'essais aux échelles les plus basses, souvent menée de façon systématique ne délivre pas toujours des résultats indispensables à l'amélioration de la qualité de la prédiction. L'intégration de connaissances aux échelles d'observation les plus proches de la structure est souvent pertinente

mais affecte de façon importante le coût de modélisation. Une des problématiques posée au concepteur repose alors sur le bon arbitrage entre l'amélioration de la qualité de la prédiction régie par l'intégration de connaissances et l'augmentation du coût de modélisation gouvernée par la multiplication des campagnes d'essais. Dans ce contexte, les travaux de Malmiry [1] positionnent la gestion de l'incertitude en conception de produits au cœur de chacune des phases du processus de conception. Dans le cadre de la conception préliminaire, de nombreuses études [2-6] traitent le premier volet de cette problématique en intégrant la prise en compte des incertitudes sur les paramètres d'entrée des modèles prédictifs pour améliorer la qualité de la prédiction du comportement de la structure. Le but de ce travail est de proposer une étude de la synergie entre le coût de modélisation et le niveau de connaissances de la structure. La démarche proposée se structure dans le cadre de la conception robuste et vise à développer une méthode d'aide à la conception sous incertitudes permettant au concepteur de choisir des combinaisons de modèles prédictifs et expérimentaux permettant d'obtenir des niveaux d'incertitudes et de coûts de modélisation maîtrisés et adaptés à l'avancement du processus de conception [7].

2. Outils décisionnels et méthodes d'analyses

2.1 Structuration de la méthodologie

La méthodologie développée est basée sur une modélisation multi-échelle des structures étudiées. Le comportement de la structure étudiée est caractérisé par R paramètres incertains décrits à l'échelle S de la structure par le vecteur $Z = \{z_1, \dots, z_R\}$. Pour caractériser le comportement de la structure, une pyramide des modélisations expérimentales et prédictives présentée en Figure 1 est construite et affinée au cours du processus de conception. La pyramide des modélisations expérimentales et prédictives décline la structure étudiée en n échelles d'observation auxquelles s'ajoute l'échelle S=n+1 de la structure.

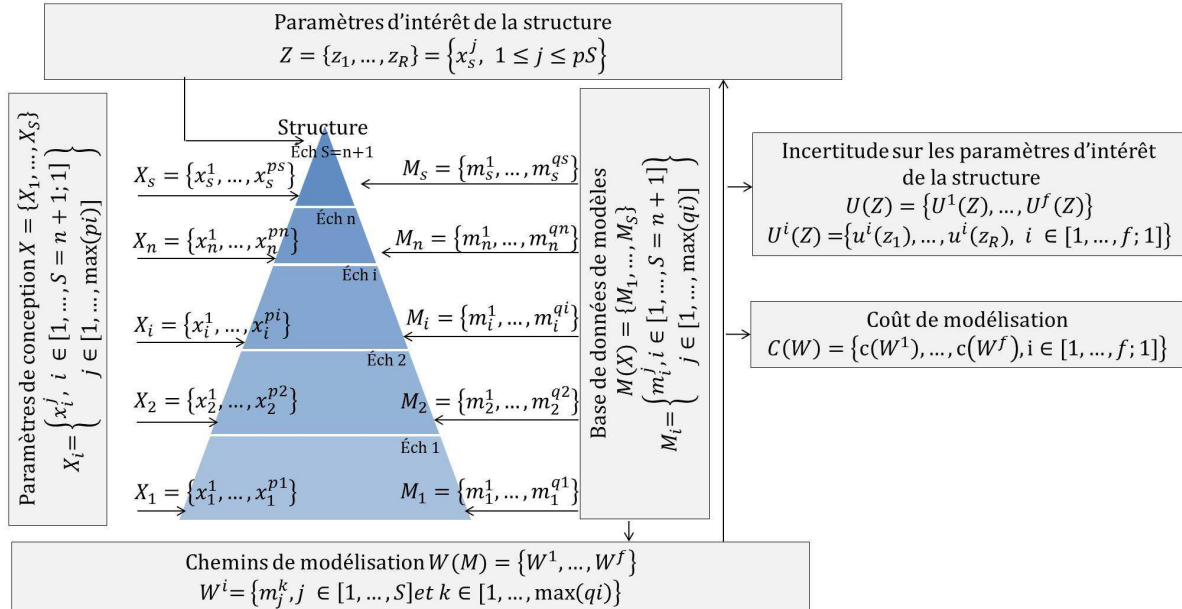


Fig 1. Pyramide des modélisations et outils décisionnels adoptés

L'ensemble $X = \{X_1, \dots, X_S\}$ de vecteurs X_i correspond aux paramètres définis aux différentes échelles d'observation impliqués dans la modélisation des R paramètres d'intérêt.

L'ensemble $M(X) = \{M_1, \dots, M_S\}$ de vecteur M_i constitue la base de données de modèles impliqués dans la caractérisation de l'ensemble X.

Par la suite, l'ensemble $W(M)$ de vecteurs W^i correspond à l'ensemble des chemins de modélisation sur lesquels s'appuie la démarche.

Chaque chemin de modélisation W^i contient une succession de modèles analytiques, numériques et/ou expérimentaux issus de l'ensemble $M(X)$. Chaque chemin de modélisation est utilisé pour caractériser tout ou partie de l'ensemble X des paramètres impliqués dans la caractérisation de l'ensemble Z des paramètres d'intérêt de la structure. A l'échelle i , chaque paramètre x_i^j du vecteur X_i est obtenu à partir d'un ou plusieurs modèles m_i^j composantes du vecteur M_i . Chaque modèle m_i^j propre à l'ensemble $M(X)$ présente une incertitude épistémique $u(m_i^j)$. Chaque paramètre x_i^j propre à l'ensemble X présente une incertitude aléatoire ou mixte (aléatoire et épistémique) $u(x_i^j)$. L'ensemble $U(M) = \{U(M_1), \dots, U(M_S)\}$ de vecteurs $U(M_i)$ comprend les incertitudes épistémiques propres à chaque modèle.

L'ensemble $U(X) = \{U(X_1), \dots, U(X_S)\}$ de vecteurs $U(X_i) = \{u(x_i^j)\}$ avec $i \in [1, \dots, S = n + 1; 1]$ et $j \in [1, \dots, \max(pi)]$ comprend les incertitudes aléatoires ou mixte relatives à l'ensemble X .

Les chemins de modélisations W^i de l'ensemble $W(M)$ véhiculent ces incertitudes et délivrent une estimation incertaine du vecteur $Z = \{z_1, \dots, z_R\}$.

L'ensemble $U(Z)$ de vecteurs $U^i(Z) = \{u^i(z_1), \dots, u^i(z_R)\}$ avec $i \in [1, \dots, f; 1]$ représente l'incertitude sur le vecteur Z .

Chaque chemin de modélisation W^i est également associé à un coût de modélisation $c(W^i)$ avec $i \in [1, \dots, f; 1]$ représenté par le vecteur $C(W) = \{c(W^1), \dots, c(W^f)\}$. Pour une structure donnée, un grand nombre de chemins de modélisation peuvent être définis en fonction des modèles associés à chaque paramètre de la pyramide des modélisations. Un changement de modèle dans un chemin conduit à la définition d'un nouveau chemin de modélisation. Le nombre important de chemins de modélisations a conduit à définir, dans ce travail, un problème d'optimisation multi-objectif sous incertitudes qui peut être résumé sous la forme d'un problème de type boîte noire présenté en Figure 2. Il s'agit alors d'optimiser les chemins de modélisations de l'ensemble $W(M)$ en minimisant à la fois le coût de modélisation $C(W)$ de ces chemins et l'incertitude $U(Z)$ sur les paramètres d'intérêt de la structure $Z = \{z_1, \dots, z_R\}$ obtenus à partir d'une succession de modèles de l'ensemble $M(X)$ caractérisés par une incertitude épistémique $U(M)$ et véhiculant une incertitude aléatoire ou mixte $U(X)$ sur l'ensemble X .

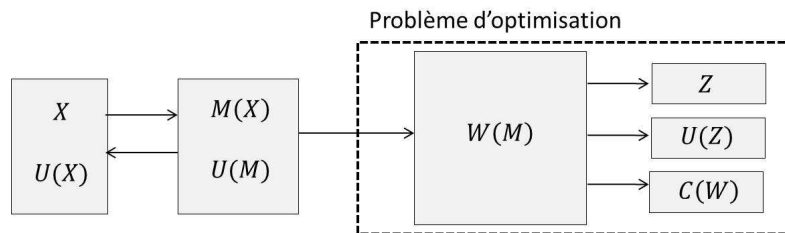


Fig 2. Problème d'optimisation de type boîte noire

L'espace de recherche de ce problème comprend l'ensemble $W(M)$ des chemins de modélisations possibles pour caractériser les paramètres $Z = \{z_1, \dots, z_R\}$ à l'échelle de la structure. Les algorithmes utilisés dans ce travail sont basés sur le critère de dominance de Pareto. La recherche de solutions dans l'espace de recherche a été menée au moyen d'un algorithme génétique de type NSGA-II basé sur les processus d'élitisme et de nichage dont l'efficacité sur les problèmes avec deux objectifs a été présentée dans plusieurs travaux [8-10]. Chaque chemin de modélisation W^i correspond à un individu de l'espace de recherche. Les variables d'optimisation sont donc définies par l'ensemble des choix de modélisations sur les propriétés qui caractérisent les grandeurs d'intérêt Z à l'échelle de la structure dans la pyramide des modélisations et constituent le génotype de l'individu.

2.2 Méthode d'analyse des incertitudes et des coûts de modélisation

Dans ce travail, le processus décisionnel du concepteur est guidé par la prise en compte des incertitudes aléatoires et épistémiques. Les paramètres obtenus à partir des campagnes d'essais expérimentaux ainsi que les paramètres géométriques présentent une incertitude aléatoire décrite par l'ensemble $U(X)$ et propagée à travers les différents modèles m_j^k propres à chaque chemin de modélisation de l'ensemble $W(M)$. Chaque modèle prédictif m_i^j avec $i \in [1, \dots, S = n + 1; 1]$ et $j \in [1, \dots, \max(qi)]$, en plus de propager les incertitudes relatives aux variables d'entrée X , présente une incertitude épistémique propre $u(m_i^j)$ avec $i \in [1, \dots, S = n + 1; 1]$ et $j \in [1, \dots, \max(qi)]$. La propagation des incertitudes aléatoires et épistémiques est réalisée dans le cadre de l'approche probabiliste. La méthode d'analyse de la distribution a été utilisée, dans ce travail, afin de propager l'ensemble de l'information de l'incertitude des variables d'entrée via la description totale de l'enveloppe de distribution au moyen de fonctions de densité de probabilité. Dans ce travail, le calcul de l'incertitude épistémique $u(m_i^j)$ propre aux modèles m_i^j a été mené à partir de l'erreur quadratique moyenne MSE (Mean-Squared-Error) utilisée dans l'évaluation de la qualité de méta-modèles comme outil de calcul de l'erreur de généralisation [11-12]. Les incertitudes épistémiques et aléatoires sont par la suite agrégées pour assurer leur transport au travers des chemins de modélisation. Le processus d'agrégation est réalisé en exprimant la variable aléatoire de sortie x_i^j par un développement en séries de Taylor. Une méthode globale d'analyse de sensibilité [13] de type Sobol, basée sur la variance a été associée à la construction de la pyramide des modélisations et sera détaillé sur le cas d'étude au paragraphe 3. Par ailleurs, dans ce travail, l'approche par logique floue, utilisée dans de nombreux travaux pour le calcul du coût de software [14-16], a été sélectionnée et adaptée pour évaluer le coût de modélisation. La logique floue permet à l'utilisateur de proposer des règles logiques qui définissent la variable linguistique de sortie à partir de variables linguistiques d'entrée. Dans ce travail, les règles logiques sont implémentées avec la méthode d'inférence de Mamdani [17]. A la fin du calcul, un processus de « defuzzification » consistant à utiliser les fonctions d'appartenance de la sortie pour déterminer une valeur numérique de sortie est mené par la méthode du barycentre [18]. La logique floue est appliquée dans ce travail avec une librairie Python (*SciKit Fuzzy*).

3. Résultats et discussions

3.1 Présentation du cas d'étude et mise en place de la méthodologie

La structure étudiée est un réservoir composite épais à fibres de carbone et liner polymère fabriqué par enroulement filamentaire étudiée dans la thèse de Pilato [19] (Fig. 3). Le diamètre intérieur du réservoir étudié est de 310 mm, son épaisseur approximée est de 40 mm et la stratification retenue est la suivante : $[(\pm 15/\pm 25/902/\pm 35/\pm 45/902)_7/90]$. Dans ce cas d'étude, le vecteur Z décrivant le comportement du réservoir ne présente qu'une composante $Z = \{P_{ecl}\}$. L'ensemble $U(Z) = \{U^1(Z), \dots, U^f(Z)\}$ représente l'incertitude sur la pression d'éclatement obtenue par les f chemins de modélisations. Chaque vecteur de cet ensemble ne présente qu'une composante de sorte que $U^i(Z) = \{u^i(P_{ecl}), i \in [1, \dots, f; 1]\}$. La méthodologie est alors appliquée dans le but de déterminer les chemins de modélisations $W(M) = \{W^1, \dots, W^f\}$ permettant de minimiser l'incertitude sur la pression d'éclatement du réservoir $u^i(P_{ecl})$ et de minimiser le coût de modélisation $C(W)$. La configuration de l'algorithme génétique NSGA-II a été basée sur une population composée de 80 générations de 100 individus caractérisés par 15 gènes correspondants aux propriétés impliquées dans la modélisation du comportement de la structure. La probabilité de croisement a été fixée à 85% et la probabilité de mutation à 7%.

3.2 Construction des pyramides des modélisations expérimentales et prédictives

La méthodologie développée repose sur l'analyse multi-échelle du réservoir au moyen de la pyramide des modélisations expérimentales et prédictives. La construction de la pyramide est réalisée en trois phases adaptées à l'avancée du processus de conception : l'édification du squelette, l'amélioration de ce squelette puis la définition de la pyramide détaillée. La phase d'édification du squelette débute par la définition de l'échelle la plus haute à partir de modèles prédictifs simples qui permettent la caractérisation des grandeurs d'intérêt à partir d'un nombre réduit de variables d'entrée et de la considération d'hypothèses simplifiant le phénomène modélisé. Le squelette de la pyramide présenté en figure 3 débute par l'ajout du paramètre $X_s = X_4 = \{P_{ecl}\}$, calculé au moyen du modèle m_4^1 , critère de rupture sens fibres dans chaque pli de la stratification.

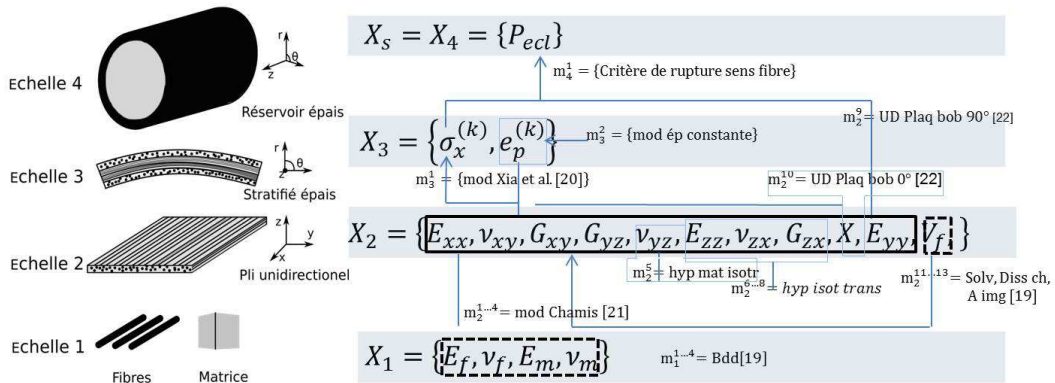


Fig.3. Squelette de la pyramide des modélisations expérimentales et prédictives

Ce critère nécessite la connaissance de la contrainte sens fibres de chaque pli de la stratification, notée $\sigma_x^{(k)}$, composante de X_3 et de la contrainte à rupture sens fibres composante de X_2 , notée X (Fig. 3). Dans les travaux de Pilato [19], le calcul de la contrainte $\sigma_x^{(k)}$ a été mené au moyen du modèle prédictif m_3^1 proposé par Xia et al. [20] qui considère les effets de la pression interne sur la partie cylindrique du réservoir et permet de calculer les contraintes et les déformations à l'échelle de la structure épaisse nécessaires pour obtenir les contraintes dans chaque pli. L'utilisation du modèle épais nécessite la détermination de toutes les propriétés élastiques des plis unidirectionnels dans les différents axes, composantes de X_2 . Dans la démarche proposée, le modèle de Chamis [21] est implémenté pour le calcul des propriétés élastiques des plis unidirectionnels ($E_{xx}, \nu_{xy}, G_{xy}, G_{yz}$) répertoriés m_2^{1-4} . Les modules hors-plan, notés E_{zz}, ν_{zx} et G_{zx} , sont, dans le squelette de la pyramide, obtenus en utilisant l'hypothèse d'isotropie transverse m_2^{6-8} dans les plis unidirectionnels. Le coefficient de Poisson ν_{yz} dans la direction y-z est calculé à partir du module de cisaillement dans ce plan G_{yz} et du module de Young E_{zz} dans la direction z (modèle m_2^5). La modélisation du comportement mécanique du réservoir par le modèle analytique épais de Xia et al. [20] utilise également la position des plis dépendant du diamètre interne de la structure, de l'épaisseur des plis et de la stratification. La stratification et le diamètre interne sont fixés par le cahier des charges mais l'épaisseur de plis $e_p^{(k)}$ est un paramètre incertain composante de X_3 . Pour cela, le modèle le plus simple m_3^2 consistant à se baser sur la mesure de l'épaisseur totale de la structure pour en déduire l'épaisseur moyenne d'un pli $e_p^{(k)}$ a été adopté. Les propriétés élastiques des fibres (E_f, ν_f) et de la matrice (E_m, ν_m), paramètres d'entrée du modèle de Chamis [21] et composantes de X_1 sont obtenues à partir de données m_1^{1-4} issues de la bibliographie [19]. Par ailleurs, dans le squelette de la pyramide, certaines approches expérimentales proposées dans les travaux de Pilato [19] ont été sélectionnées. En effet, les essais de traction menées sur des éprouvettes UD 90° fabriquées à partir de plaques bobinées par enroulement filamentaire (m_2^9) ont

été utilisés pour déterminer le module de Young transversal E_{yy} [22]. De la même façon, dans la thèse de Pilato [18], la fraction volumique de fibres V_f est approchée par l'utilisation de trois techniques : la dissolution chimique, la solvolysse supercritique ou la réalisation de mesures d'analyse d'images à partir de plaques stratifiées répertoriées ($m_2^{11,13}$) et intégrées dans le squelette de la pyramide. Enfin, les essais de traction menées sur des éprouvettes UD 0° fabriquées à partir de plaques bobinées par enroulement filamentaire [22] ont été utilisés pour la détermination de la contrainte à rupture sens fibres (m_2^{10}). L'ensemble des paramètres $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ présente une incertitude aléatoire ou mixte $U(X)$. Les fonctions de densité de probabilité utilisées ont été représentées par des lois normales obtenues par échantillonnage de type Monte Carlo. Des incertitudes épistémiques propres au modèle de Chamis $u(m_2^{1...4})$ ont également été intégrées et agrégées aux incertitudes aléatoires véhiculées dans les chemins de modélisation du squelette. La phase 2 d'amélioration de la pyramide repose sur la prise en compte de paramètres physiques supplémentaires dans les modèles prédictifs. La fraction volumique de porosités V_p dans les plis a donc été intégrée comme composante du vecteur X_2 relatif à la pyramide améliorée. Dans ses travaux, Pilato [19] réalise des analyses d'images obtenues par microtomographie pour définir le profil de l'évolution des porosités dans l'épaisseur de la structure et prend en compte l'effet du taux de porosités sur les propriétés élastiques des plis au moyen d'une correction sur le module d'élasticité E_m , sur le coefficient de Poisson ν_m de la matrice ainsi que sur la contrainte à rupture sens fibre du pli unidirectionnel X . Les modèles $m_2^{14...15}$ correspondant à une modélisation prenant en compte (m_2^{14}) ou négligeant (m_2^{15}) la fraction volumique de porosités ont été intégrés aux nouveaux chemins de modélisation de la pyramide améliorée. La phase 3 correspond à la phase de définition de la pyramide détaillée, des analyses de sensibilité sont réalisées sur les modèles prédictifs à chaque échelle afin d'identifier les propriétés nécessitant une caractérisation expérimentale. La figure 4 présente les résultats de l'analyse de sensibilité de Sobol sur les modèles m_4^1, m_3^1 et $m_2^{1...4}$ qui évalue l'influence de variations des paramètres d'entrée sur l'incertitude épistémique et aléatoire sur la pression d'éclatement (c), sur la contrainte $\sigma_x^{(k)}$ (b) et enfin sur les propriétés élastiques de plis (a) au travers de ces modèles. Cette analyse ne donne aucune information sur la qualité de l'estimation de la valeur moyenne de la pression d'éclatement.

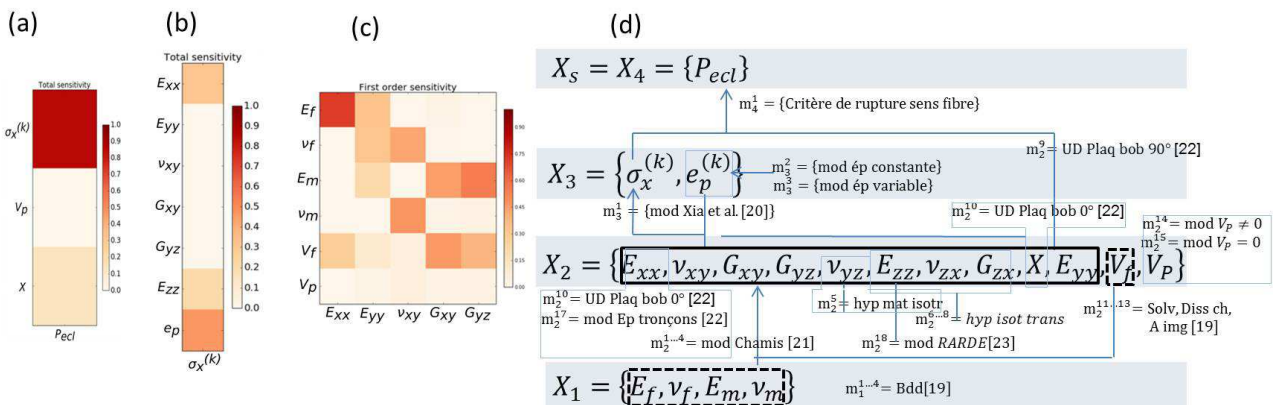


Fig.4. Analyse globale de sensibilité sur la pression d'éclatement (a), la contrainte dans chaque pli (b), les propriétés élastiques des plis (c) et pyramide détaillée des modélisations expérimentales et prédictives (d)

Les résultats montrent que le paramètre le plus influent sur l'incertitude sur la pression d'éclatement est la contrainte sens fibres dans chaque pli $\sigma_x^{(k)}$. L'incertitude sur la contrainte à rupture sens fibres X présente une influence plus faible mais non-négligeable. Aux échelles inférieures, le module de Young longitudinal E_{xx} , le module de Young hors-plan E_{zz} présentent une contribution non négligeable à l'incertitude sur la contrainte sens fibres $\sigma_x^{(k)}$. Enfin, le module de Young des fibres (E_f) et la fraction volumique de fibres (V_f) constituent des paramètres influents sur le

module d'Young longitudinal des plis. A partir de ces résultats, de nouveaux chemins de modélisations ont été ajoutés en complément de ceux précédemment définis dans la pyramide améliorée afin de définir la pyramide détaillée et sont présentés en figure 4d. La pyramide détaillée intègre donc la caractérisation expérimentale du module de Young longitudinal E_{xx} menée dans les travaux de Pilato [19] à partir d'essais de traction sur des plaques UD bobinées à 0° fabriquées par enroulement filamentaire (modèle m_2^{10}) et d'essais sur des éprouvettes issues de la découpe d'une bande longitudinale dans la paroi d'un tube de grand diamètre (environ 310 mm) appelées éprouvettes tronçons (modèle m_2^{17}) [22]. Le module de Young hors-plan du composite E_{zz} a été évalué à partir d'essais sur des éprouvettes de type RARDE [23] (modèle m_2^{18}) obtenues à partir d'un anneau épais de composite [22]. Par ailleurs, un modèle enrichi a été utilisé pour la détermination de l'épaisseur de chaque pli. Pour cela, la campagne expérimentale de mesure réalisée dans les travaux de Pilato [19] au moyen de la technique d'analyse d'images sur des portions du réservoir a été utilisée pour la détermination de l'épaisseur variable de chaque pli $e_p^{(k)}$ (modèle m_3^3). Pour ce cas d'étude, les données expérimentales du module de Young des fibres ne sont pas disponibles, l'ensemble des chemins de modélisation de la pyramide détaillée a donc été basé sur l'utilisation de données bibliographiques pour E_f .

3.3 Recherche de chemins optimisés appliquée au cas d'étude

La détermination de chemins robustes repose sur la synergie entre les coûts de modélisation et l'incertitude sur la grandeur d'intérêt, la pression d'éclatement du réservoir. Dans le cadre de cette approche, le calcul du coût des chemins de modélisation $C(W)$ intègre le calcul de coût de modèles analytiques basé sur trois critères : le nombre de paramètres d'entrée du modèle, le nombre d'opérations du modèle et le niveau de connaissance du modèle par l'utilisateur ainsi que le calcul du coût des modèles expérimentaux qui dépend de la complexité de l'expérimentation, du modèle de traitement et du niveau de connaissance du modèle par l'utilisateur. Le calcul du coût du modèle de traitement suit strictement la même procédure que celui du coût lié aux modèles prédictifs. Par ailleurs, les coûts des modèles analytiques et expérimentaux sont incrémentés dans le cas d'une connaissance faible du modèle par l'utilisateur, et décrementés dans le cas d'une connaissance forte. L'incertitude $u^i(P_{ec1})$ est obtenue par le calcul de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) entre la fonction de densité de probabilité d'une cible et celle obtenue par l'ensemble $W(M)$ des chemins de modélisation de la pression d'éclatement du réservoir. La fonction de densité de probabilité cible est celle obtenue à l'issue de campagnes expérimentales nombreuses et complexes présentées dans les travaux de Pilato [19]. Le chemin de modélisation cible correspondant est caractérisé par un coût élevé (2557) et une pression d'éclatement présentant une valeur moyenne de 2540,9 bar et un coefficient de variation de 2,1%. Dans la méthodologie proposée, pour chaque chemin de modélisation W^i , le calcul de l'incertitude sur la pression d'éclatement $u^i(P_{ec1})$ par RMSE comprend deux informations. La première est définie par un coefficient de variation qui caractérise l'incertitude aléatoire et épistémique véhiculée par les chemins de modélisation. La seconde information, désignée écart à la moyenne, caractérise l'écart entre les valeurs moyennes de la pression d'éclatement cible et de la pression calculée au moyen des chemins de modélisation. La figure 5 présente l'ensemble des chemins de modélisations évalués par l'algorithme NSGAI, le front de Pareto obtenu ainsi que la pression cible issue des travaux de Pilato [19]. Par ailleurs, les chemins de modélisation propres au squelette de la pyramide, à la pyramide améliorée ainsi qu'à la pyramide détaillée sont également présentés sur la figure 5. L'application de la méthodologie sur le cas d'étude proposé a permis d'identifier 12 solutions présentant des compromis différents entre le coût de modélisation et l'incertitude sur la grandeur d'intérêt. Le chemin de modélisation 12, le moins cher et le moins précis, présente un coût de 1262 vs. 2557 pour la cible. Ce chemin détermine une pression d'éclatement moyenne de 2853 bar (+12.3% /cible) et un coefficient de variation de 7,2%. Les chemins de modélisations correspondant au squelette de la pyramide se concentrent sur la

zone propre à ce chemin. Il s'agit de chemins utilisant des modèles prédictifs (m_2^1) pour caractériser le module de Young longitudinal des plis E_{xx} et l'hypothèse d'isotropie transverse (m_2^6) pour le calcul de E_{zz} . Ces chemins négligent l'effet des porosités (m_2^{15}) dans la structure durant la modélisation. En particulier, le chemin 12 ne considère ni la présence de porosités (m_2^{15}) ni l'épaisseur variable des plis (m_3^2). Ce chemin 50% moins coûteux que le chemin cible ne nécessite donc que très peu de développements expérimentaux pour proposer une estimation de la pression d'éclatement. Avec un coût supérieur (1470 vs. 1312), le chemin 11 intègre la prise en compte de l'épaisseur variable des plis (m_3^3) ce qui améliore la prédiction de la pression d'éclatement par rapport au chemin le moins coûteux. La pression moyenne calculée par ce chemin de modélisation est de 2710 bar et l'incertitude sur la pression est égale à 5,5%. Un autre groupe de 3 chemins de modélisation (7, 8, 9) se positionne sur un coût intermédiaire avec des compromis coût/RMSE similaires.

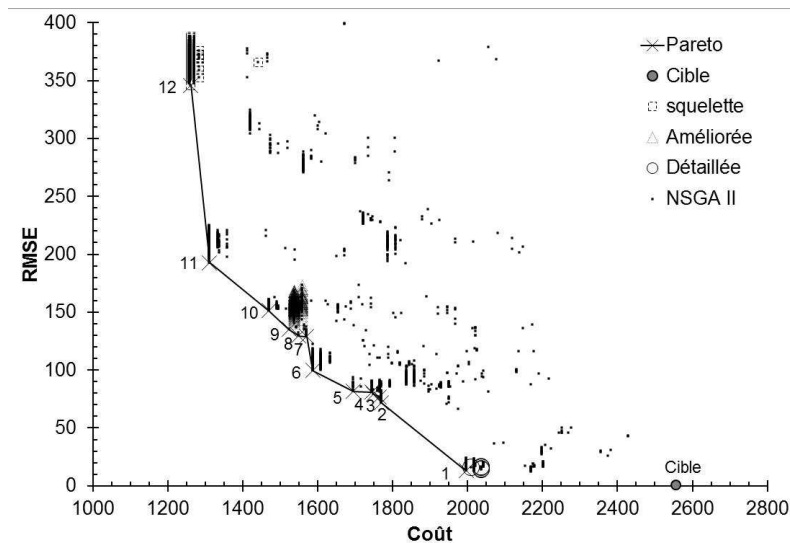


Fig.5. Front de Pareto obtenu pour la minimisation du coût de modélisation et de l'incertitude (RMSE) sur la pression d'éclatement du réservoir

Ces chemins de modélisation négligent l'effet des porosités (m_2^{15}). Les différences entre ces trois chemins sont principalement situées sur la méthode de caractérisation de la fraction volumique des fibres V_f ($m_2^{11...13}$). Le choix de ces modélisations expérimentales n'influence pas significativement le coût de modélisation et la qualité de la prédiction de la pression d'éclatement. En particulier, le chemin 8, placé dans la région centrale du front de Pareto où se concentrent les chemins de modélisation propres à la pyramide améliorée, présente un niveau d'incertitude épistémique et aléatoire faible (CV=2,3%). L'écart à la valeur moyenne de pression d'éclatement est de 5% pour un coût 39% inférieur à celui de la cible. Cette solution présente donc un bon compromis entre la qualité de la prédiction et le coût du chemin de modélisation. Les économies faites dans ce chemin de modélisation proviennent de l'utilisation de l'hypothèse d'isotropie transverse (m_2^6) et de la non prise en compte des porosités (m_2^{15}). Cependant, l'utilisation d'un modèle expérimental pour caractériser le module de Young longitudinal (m_2^{10}) et la prise en compte des épaisseurs variables des plis (m_3^3) garantissent un bon niveau de prédiction de la pression d'éclatement. Le chemin de modélisation 6 est caractérisé par un coût de 1587 et un RMSE égal à 99,5. La pression d'éclatement moyenne calculée par ce chemin est de 2485 bar (-2.2% /cible) avec un coefficient de variation de 5,5%. Cette solution est similaire au chemin 5 hormis pour l'utilisation d'un modèle prédictif pour le module de Young longitudinal des plis E_{xx} (m_3^1) qui explique la diminution importante du coût de modélisation et la diminution de la précision de la solution. Les chemins de modélisation 2 à 5 constituent un groupe de chemins présentant des compromis RMSE/coût

similaires. Les coûts de ces solutions sont compris entre 1695 et 1770 avec des valeurs de RMSE comprises entre 71,5 et 81,6 respectivement. Tous ces chemins, hormis le chemin 4, considèrent une épaisseur constante des plis dans la structure (m_3^2). Dans tous ces chemins, l'effet de la fraction volumique des porosités est prise en compte dans la modélisation (m_2^{14}). Ces chemins se différencient du chemin 1 par une détermination du module de Young hors-plan grâce à l'hypothèse d'isotropie transverse (m_2^6). Les différences entre ces chemins de modélisation sont principalement centrées sur le modèle expérimental ($m_2^{11...13}$) utilisé pour caractériser la fraction volumique des fibres V_f et le module de Young longitudinal E_{xx} (m_2^{10}) ou (m_2^{17}). Ces résultats montrent que ces modèles expérimentaux n'ont pas une influence significative sur la qualité de la prédiction de la pression d'éclatement. Enfin, le chemin de modélisation 1, caractérisé par un coût 22% inférieur à la cible et une incertitude épistémique et aléatoire propagée similaire à la cible (2,2% vs. 2,1%), se situe dans la zone identifiée par les chemins de modélisation propre à la pyramide détaillée. La pression d'éclatement moyenne calculée pour ce chemin de modélisation est de 2529 bar (-0.5% /cible) avec un coefficient de variation de 2,2%. Ce chemin de modélisation tient compte des porosités (m_2^{14}) et de l'épaisseur variable des plis (m_3^3) dans la structure. Le module de Young hors-plan E_{zz} est obtenu à partir d'un modèle expérimental (m_2^{18}) en s'affranchissant de l'hypothèse d'isotropie transverse. Le module de Young longitudinal des plis E_{xx} est modélisé au moyen d'essais expérimentaux sur plaques bobinées (m_2^{10}). Cette baisse de coût par rapport à la cible est possible grâce à une rationalisation des modèles expérimentaux utilisés pour le calcul de la pression d'éclatement, notamment avec l'utilisation de modèles prédictifs pour la caractérisation du coefficient de Poisson dans le plan et des modules de cisaillement ($m_2^{2...4}$). Les résultats obtenus à partir de l'exploitation du Front de Pareto montrent que la qualité de l'estimation des valeurs moyennes de pression d'éclatement est améliorée par la modélisation expérimentale du module de Young hors-plan E_{zz} (m_2^{18}), la prise en compte du taux de porosités V_p (m_2^{14}) ainsi que par la modélisation expérimentale de l'épaisseur variable des plis e_p (m_3^3). Par ailleurs, le niveau d'incertitude épistémique et aléatoire sur la pression d'éclatement diminue avec les modélisations expérimentales de l'épaisseur variable des plis e_p (m_3^3) et du module de Young longitudinal des plis E_{xx} (m_2^{10}) sans nécessité de recourir au modèle (m_2^{17}) sur éprouvette tronçons plus complexes à élaborer.

4. Conclusions

Pendant les phases de conception, l'accès à des niveaux de précision élevés sur les paramètres propres aux structures multi-échelle repose sur des campagnes expérimentales nombreuses et des développements prédictifs sophistiqués. L'intégration de connaissances, à partir de modélisations expérimentales, diminue l'incertitude sur les grandeurs d'intérêt et impacte de façon significative le coût de modélisation des structures multi-échelle, facteur majeur du coût de conception. Dans ce contexte, le travail mené a permis le développement d'une méthodologie, intégrant la prise en compte des incertitudes, permettant de proposer une rationalisation des campagnes expérimentales associées aux premières phases de conception. Les incertitudes aléatoires liées aux matériaux, à la géométrie et épistémiques propres aux modèles ont été intégrées à des combinaisons de modèles expérimentaux et prédictifs pour évaluer les paramètres d'intérêt. La méthode de calcul de coût de modélisation à partir des connaissances disponibles sur les modélisations expérimentales et prédictives a été menée au moyen de la méthode de logique floue. La construction de la pyramide des modélisations à partir des paramètres d'intérêt identifiés a été menée en trois phases et a intégré des analyses de sensibilité. La recherche de chemins de modélisation optimisés, a été menée par la résolution, au moyen d'un algorithme génétique de type NSGA-II, d'un problème d'optimisation multi-objectif. La méthodologie d'aide à la modélisation développée a été, appliquée à l'étude d'un réservoir composite épais. Les travaux de Pilato [19] ont servi de référence en fournissant les résultats des modélisations expérimentales aux différentes échelles de la structure. Dans un premier

temps, la problématique a consisté à minimiser l’incertitude sur la pression d’éclatement du réservoir, grandeur d’intérêt à l’échelle de la structure, ainsi que le coût de modélisation. La méthodologie proposée a permis d’identifier des chemins de modélisation donnant lieu à une rationalisation des campagnes d’essais. Trois chemins de modélisation présentant des compromis différents entre coût de modélisation et incertitude ont par la suite été sélectionnés pour répondre à une problématique de reconception du réservoir.

Références

- [1] R. B. Malmiry, « Managing Complexity and Uncertainty by a Modelling Approach for Decision Making in Integrated Product/Process Design », Ph.D. thesis, Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers - ENSAM, 2016
- [2] A. K. Noor, J. H. Starnes Jr., and J. M. Peters, « Uncertainty analysis of composite structures », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* Vol. 185 n° 2–4, pp. 413–432, 2000.
- [3] H. Ghasemi, R. Rafiee, X. Zhuang, J. Muthu, and T. Rabczuk, « Uncertainties propagation in metamodel-based probabilistic optimization of CNT/polymer composite structure using stochastic multi-scale modeling », *Computational Materials Science* Vol. 85 pp. 295–305, 2014.
- [4] C. Conceição António and L. N. Hoffbauer, « Uncertainty analysis based on sensitivity applied to angle-ply composite structures », *Reliability Engineering and System Safety* Vol. 92 n° 10, pp. 1353–1362, 2007.
- [5] S. Sriramula and M. K. Chryssanthopoulos, « Quantification of uncertainty modelling in stochastic analysis of FRP composites », *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* Vol. 40 n° 11, pp. 1673–1684, 2009.
- [6] C. Jiang, X. Han, and G. P. Liu, « Uncertain optimization of composite laminated plates using a nonlinear interval number programming method », *Computers and Structures* Vol. 86 n° 17–18, pp. 1696–1703, 2008.
- [7] E.C. Rodríguez Pila, C. Guillebaud, H. Wagnier, Development of a sensitivity-based design methodology for composite structures, in : *Proceedings of the 17th European Conference on Composite Materials ECCM*, 2016.
- [8] M. De Munck, S. De Sutter, S. Verbruggen, T. Tysmans, and R. F. Coelho, « Multi-objective weight and cost optimization of hybrid composite-concrete beams », *Composite Structures* Vol. 134, pp. 369–377, 2015.
- [9] S. Honda, T. Igarashi, and Y. Narita, « Multi-objective optimization of curvilinear fiber shapes for laminated composite plates by using NSGA-II », *Composites Part B: Engineering* Vol. 45 n° 1, pp. 1071–1078, 2013.
- [10] G. Zhu, Z. Wang, A. Cheng, and G. Li, « Design optimisation of composite bumper beam with variable cross-sections for automotive vehicle », *International Journal of Crashworthiness* Vol. 22 n° 4, pp. 365–376, 2017.
- [11] M. C. Shiao and C. C. Chamis, « Probabilistic evaluation of fuselage-type composite structures », *Probabilistic Engineering Mechanics* Vol. 14 n° 1–2, pp. 179–187, 1999.
- [12] K. Naito, Y. Tanaka, J.-M. Yang, and Y. Kagawa, « Tensile properties of ultrahigh strength PAN-based, ultrahigh modulus pitch-based and high ductility pitch-based carbon fibers », *Carbon* Vol. 46 n° 2, pp. 189–195, 2008.
- [13] A. Saltelli, M. Ratto, T. Andres, F. Campolongo, J. Cariboni, D. Gatelli, M. Saisana, S. Tarantola, « Global Sensitivity Analysis », *Global Sensitivity Analysis, The Primer*. pp. 1-292, 2008.
- [14] L. C. Briand, K. E. Emam, D. Surmann, I. Wiecezorek, and K. D. Maxwell, « An assessment and comparison of common software cost estimation modeling techniques », in : *Proceedings of the International Conference on Software Engineering (IEEE Cat. No.99CB37002)*, pp. 313–323, 1999.
- [15] B. W. Boehm, « Software Engineering Economics », *IEEE Transactions on Software Engineering* Vol. SE-10, n° 1 pp. 4–21, Jan. 1984.
- [16] J. E. Matson, B. E. Barrett, and J. M. Mellichamp, « Software development cost estimation using function points », *IEEE Transactions on Software Engineering* Vol. 20 n° 4, pp. 275–287, 1994.
- [17] I. Iancu, « A Mamdani Type Fuzzy Logic Controller », in *Fuzzy Logic - Controls, Concepts, Theories and Applications*, E. Dadios, Ed. InTech, 2012.
- [18] W. V. Leekwijck and E. E. Kerre, « Defuzzification: criteria and classification », *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 108 no. 2, pp. 159–178, 1999.
- [19] A. Pilato, « Caractérisation des structures composites bobinées épaisses, application à l’étude du comportement de réservoirs de stockage d’hydrogène », Ph.D. thesis, Université Bordeaux I, 2011.
- [20] M. Xia, H. Takayanagi, and K. Kemmochi, « Analysis of multi-layered filament-wound composite pipes under internal pressure », *Composite Structures* Vol. 53 n° 4, pp. 483–491, 2001.
- [21] C. C. Chamis, « Simplified composite micromechanics equations for strength, fracture toughness and environmental effects S.A.M.P.E. quarterly Vol. 15 n° 4, pp. 41–55, 1984.
- [22] N. Perry, J. C. Wahl, C. Bois, A. Pilato, and A. Bernard, « Thick composite design for hydrogen vessels: A contribution to composite design method », *CIRP Annals - Manufacturing Technology* Vol. 62 n° 1, pp. 139–142, 2013.
- [23] W. R. Broughton, « 8 - Through-thickness testing », in : *Mechanical Testing of Advanced Fibre Composites*, J. M. Hodgkinson, <https://doi.org/10.1533/9781855738911.143>, Ed. Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, pp. 143–169, 2000.